Asociación Argentina



de Mecánica Computacional

Mecánica Computacional Vol XXXI, págs. 3969-3989 (artículo completo) Alberto Cardona, Paul H. Kohan, Ricardo D. Quinteros, Mario A. Storti (Eds.) Salta, Argentina, 13-16 Noviembre 2012

IDENTIFICACION Y ANÁLISIS DE MODOS PROPIOS DE RECINTOS A PARTIR DE SUS RESPUESTAS IMPULSIVAS

Sebastián P. Ferreyra^a, Agustín G. Cravero^a, Oscar A. Ramos^{a,b}, Fabian C.Tommasini^a y Mariano Araneda^a

^aCentro de Investigación y Transferencia en Acústica (CINTRA), Unidad Asociada del CONICET Facultad Regional Córdoba, Universidad Tecnológica Nacional. Maestro López esq. Av. Cruz Roja Argentina. CP 5016ZAA, Córdoba, Rep. Argentina. e-mail: sferreyra@scdt.frc.utn.edu.ar, http://www.investigacion.frc.utn.edu.ar/cintra/

^bConsejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), Av. Rivadavia 1917, CP: C1033AAJ, CABA, Rep. Argentina. <u>http://www.conicet.gob.ar</u>

Palabras clave: modos propios, respuesta impulsiva, onda estacionaria, densidad espectral de potencia.

Resumen. La interacción entre las ondas sonoras incidentes y reflejadas en un recinto produce interferencias constructivas y destructivas dando lugar a ondas estacionarias ó modos propios. Cada modo de resonancia va asociado a una frecuencia denominada propia, y está caracterizado por el nivel de presión sonora que es función del espacio. Los modos aumentan con el volumen del recinto y con el cubo de la frecuencia, de manera que las irregularidades de la respuesta del recinto son notorias en bajas frecuencias. Cuando existe una alta densidad modal en un espectro angosto de frecuencia la energía sonora se concentra, originando un sonido característico a cada recinto denominado *coloración*. El cálculo de los modos propios de un recinto de geometría paralelepípedo rectangular puede realizarse empleando la formula de Rayleigh. Sin embargo, éste se dificulta cuando la geometría es irregular y más compleja. La identificación y estudio de los modos propios resulta relevante tanto para el análisis, diseño y simulación del campo sonoro de un recinto. En este trabajo, se presenta un método para la identificación de modos propios de recintos a partir del análisis de Fourier de las respuestas impulsivas medidas. Se presentan casos experimentales en recintos con diferentes características acústicas y se discute las fortalezas y debilidades del método propuesto.

1 INTRODUCCIÓN

Desde el punto de vista acústico un recinto implica un campo sonoro limitado (parcial ó totalmente) por paramentos de rigidez, aislamiento y absorción sonora variables. La forma y tamaño de los cerramientos puede ser cualquiera y su geometría, dependiente en general de las funciones del recinto, determinan entre otras variables su comportamiento acústico.

Fuchs y Lara Saenz (1993), clasifican los recintos de diversas maneras, considerando sus proporciones como: a) tridimensionales, b) cuasibidimensionales y c) cuasiunidimensionales; por el grado de cerramiento como: a) totalmente cerrados, b) parcialmente abiertos y c) acoplados; por su geometría como: a) paralelepipédicos y b) irregulares; por su utilización como: a) viviendas, b) salas (trabajo, reunión, usos múltiples, etc.), c) auditorios, d) vehículos. Por lo cual, existen recintos estáticos y dinámicos según se trate de edificaciones o medios de transporte aéreos, superficiales, subterráneos ó subacuáticos.

Todo recinto encierra (parcial o totalmente, aislado ó acoplado) un cierto volumen de aire $V(m^3)$, en diversas condiciones de presión, humedad relativa y temperatura, en el cual puede establecerse un campo sonoro particular. Además, los recintos están limitados por diversos paramentos interiores de superficies S_1 , S_2 , ..., S_n que presentan coeficientes de absorción sonora $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$, constituyendo una superficie interior total $S(m^2)$ y produciendo una absorción sonora total $A = \Sigma S_i \cdot \alpha_i$ expresada en (Sabin m^2). Cada paramento, por sus características físicas determinará además el grado de aislamiento sonoro individual y en su conjunto la insonorización del recinto. Para analizar esta característica se utilizan tres conceptos: la resonancia, la ley de las masas y el efecto de coincidencia (Beranek, 1961).

Los recintos suelen contener una ó múltiples fuentes sonoras de potencia acústica, direccionalidad y ubicaciones diversas dentro del mismo. Por lo cual, los cerramientos del recinto pueden ser excitados y vibrar, convirtiéndose en fuentes secundarias que radian ondas sonoras al volumen de recinto (Kuttruff, 2000).

La interacción entre las ondas sonoras incidentes y reflejadas en un recinto produce interferencias constructivas y destructivas dando lugar a *ondas estacionarias* ó *modos propios de vibración*. Cada modo de resonancia va asociado a una frecuencia denominada *propia* ó *normal*, y está caracterizado por el nivel de presión sonora que es función del espacio. Los modos aumentan con el volumen del recinto y con el cubo de la frecuencia, de manera que las irregularidades de la respuesta del recinto son notorias en bajas frecuencias (Morse, 1948). Cuando existe una alta densidad modal en un espectro angosto de frecuencia la energía sonora se concentra, originando un sonido característico a cada recinto denominado *coloración*.

El recinto puede ser modelado como un sistema lineal, invariante en el tiempo (LTI), en el cual en función de las características de la señal y de su contenido informativo, requiere diferentes tratamientos tanto de geometría, volumen y otros parámetros. Así, la palabra hablada requiere un máximo de claridad ó definición y la música condiciones de difusividad, reverberación y riqueza tonal que son función no solo de la fuente y del recinto sino también del oyente (Fuchs y Lara Saenz, 1993).

El principal objetivo del diseño acústico de recintos es crear las condiciones adecuadas para las funciones a que se los destina y a las actividades de las personas en relación con dichas funciones. Para diseñar acústicamente un recinto no es suficiente conocer parámetros como volumen, absorción, aislamiento, entre otros; sino que debe conocerse su influencia en las características de transmisión de señales dentro del recinto (*función de transferencia*), máxime si las señales dentro del recinto son continuas y no estacionarias como el caso de la voz hablada o cantada y la música (Carrión Isbert, 2001; Ferreyra, 2005).

Los pioneros trabajos científicos realizados por R. Heyser (1967), M. Schröeder (1965), A. Berkhout (1980), N. Aoshima (1981), J. Borish (1983), J. Vanderkoy (1994), W. Chu (1990), M. Poletti (1988), A. Farina (2000) y S. Müller (2001) entre otros durante estos últimos 50 años, permitieron que métodos y técnicas de medición aplicados a acústica de recintos evolucionen cuantitativa y cualitativamente. La respuesta impulsiva de un recinto (RIR) engloba la característica de transmisión de las ondas sonoras entre una fuente y un receptor, en el dominio del tiempo y es equivalente a la función de transferencia en el dominio de la frecuencia. La RIR es diferente para cada ubicación de la combinación fuente-receptor y varía según la geometría y materiales, entre otros factores (Ferreyra y Ramos, 2007). La RIR se compone del sonido directo, las reflexiones tempranas y las reflexiones tardías. El sonido directo es el primero que escucha el oyente, seguido por las reflexiones tempranas, cuyas direcciones son cruciales para la localización de la fuente sonora. Después de 60 a 100 ms (dependiendo de la sala), comienzan las reflexiones tardías que tienen una mayor densidad. Estas se asemejan a un proceso aleatorio cuyas direcciones son irrelevantes pero esenciales para definir la impresión espacial, la calidad acústica del recinto y la distancia a la fuente sonora (Ferreyra y Ramos, 2008).

En la actualidad el conocimiento de la RIR resulta imprescindible para el análisis y diseño de diversos recintos. La identificación de anomalías acústicas como ecos flotantes, resonancias, excesiva reverberación y otras, se realiza a través del análisis de la RIR. La medición de la RIR resulta útil también, para validar programas de simulación que se utilizan como herramientas de diseño y sistemas de realidad acústica virtual (Tommasini et al, 2008). En la actualidad existen varios métodos de medición de la RIR, siendo a nivel internacional la norma ISO 3382 el documento que establece las directrices para realizar dichas mediciones. En el orden nacional, se está trabajando actualmente en el desarrollo la norma IRAM 4109, equivalente a la anterior.

El objetivo de este trabajo es proponer un método simple y eficaz para la identificación y estudio de modos propios de vibración a partir del análisis de Fourier de las respuestas impulsivas de recintos. Se presentan casos experimentales en dos recintos con diferentes características acústicas y se discuten las fortalezas y debilidades de mismo.

El trabajo está organizado de la siguiente manera. En la sección 2, se repasan los conceptos básicos que fundamentan la teoría acústica ondulatoria; en la sección 3, se describe la metodología propuesta para la identificación de los modos propios de vibración de un recinto; en la sección 4, se muestran los resultados obtenidos en dos casos experimentales en recintos con diferentes características acústicas; finalmente en la sección 5, las conclusiones junto con el trabajo futuro.

2 MODOS PROPIOS DE VIBRACION

2.1 Acústica ondulatoria

Los fundamentos de esta teoría fueron planteados por John William Strutt, tercer Baron Rayleigh en el celebre libro "*The Theory of Sound*" publicado por primera vez 1877 (Rayleigh, 1945), quien definiera las ecuaciones y expresiones de los modos propios de vibración en diferentes tipos de condiciones y medios. Posteriormente, Morse P. M. y Bolt R. H. (1944) en los años treinta, formularon la *teoría ondulatoria en recintos*, creyéndose por entonces que todos los fenómenos acústicos en recintos, englobados en la teoría de la reverberación propuesta por W.C. Sabine a principios de 1900 (Sabine, 1922), podrían explicarse con ella. Sin embargo años más tarde, la comprensión de dichos fenómenos mejoró significativamente con los avances de ésta y otras teorías conocidas como *acústica geométrica y acústica estadística*.

Aunque la acústica ondulatoria no aplica para recintos irregulares, se pueden hacer aproximaciones razonables ya que se basa en conceptos físico-matemáticos considerando al volumen de aire como un sistema vibratorio excitado en general por señales de espectro complejo. Los modos propios excitados permiten calcular las funciones de transferencia de un recinto, aún en el caso de paredes no rígidas (Kuttruff, 2000).

Por lo tanto, considerando al recinto como un volumen de aire excitado por fuentes que establecen un campo vibratorio tridimensional con condiciones de contorno definidos por los parámetros que lo encierran, se lo puede definir matemáticamente por la ecuación de onda con la cual se puede calcular la distribución de energía en cualquier posición del espacio y en particular la incidente sobre las superficies limites (Morse and Ingard, 1968). Se establecen así ondas estacionarias a ciertas frecuencias relacionadas con las dimensiones del recinto. La ecuación de onda expresada en coordenadas cartesianas para ondas estacionarias (Ec. de Helmholtz) según el eje x es:

$$\frac{d^2p}{dx^2} + k_x^2 p = 0 \tag{1}$$

considerando las condiciones de borde, para paredes reflectantes y de reacción local:

la velocidad de las partículas,
$$u_n = 0$$
 y $\frac{dp}{dx} = 0$ para $x = 0$ y $x = L_x$ (2)

por lo cual, la solución completa para las funciones armónicas es:

$$p_{(x)} = p_1 \cos(k_x x) + p_2 \sin(k_x x)$$
(3)

derivando se obtiene:

$$\frac{dp_{(x)}}{dx} = -k_x p_1 \operatorname{sen} (k_x x) + k_x p_2 \cos (k_x x)$$
(4)

para:

$$\frac{dp_{(x)}}{dx} = 0 \quad ; \quad k_x p_2 = 0 \quad \text{entonces:} \quad p_2 = 0$$

sen
$$k_x L_x = 0$$
 ; $k_x L_x = n\pi$; $n = 1, 2, 3...$ entonces: $k_x = \frac{n\pi}{L_x}$

La ecuación de onda en tres dimensiones toma la forma:

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \frac{d^2 p}{dt^2} \tag{5}$$

Los coeficientes según los tres ejes coordenados cumplen la relación

$$k^{2} = k_{x}^{2} + k_{y}^{2} + k_{z}^{2}$$
(6)

y considerando que,

$$f_{x, y, z} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{c k_{x, y, z}}{2\pi}$$

Finalmente remplazando los coeficientes k en esta última expresión, obtenemos:

$$f_{x, y, z} = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{n_x \pi}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y \pi}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{n_z \pi}{L_z}\right)^2}$$
(7)

y simplificando:

$$f_{x, y, z} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{n_x}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{L_z}\right)^2}$$
(8)

Donde f_x , f_y , f_z son las frecuencias propias del recinto, también llamadas *modos propios* ó *normales* (en lengua inglesa "eigentons"), a los cuales responde el mismo cuando es excitado por una señal cualquiera que contenga dichas frecuencias. Además, n_x , n_y y n_z son números enteros positivos ó nulos (0, 1, 2, 3, 4,..., n) y L_x , L_y y L_z son la altura, el ancho y el largo de un recinto paralelepipédico. La expresión matemática (8) recibe el nombre de *formula de Rayleigh*. Se concluye que: cada modo propio de vibración ó resonancia va asociado a una frecuencia denominada normal ó propia, y está caracterizado por el nivel de presión sonora que es función del espacio.

Cuando el recinto posee paredes no rígidas (ej: recubiertas con material absorbente), caracterizadas por un bajo coeficiente de reflexión sonora, la frecuencia del modo propio de vibración se desplaza levemente. Esto último se debe a que la condición de contorno que establece que la velocidad de las partículas en la superficie del material es cero ya no es valida en este caso. Físicamente ésta condición ocurre para cada frecuencia en algún punto interior del material .

2.2 Distribución espacial de la presión sonora eficaz de un modo propio en un recinto paralelepipédico

Cuando se tiene excitado un modo propio de vibración, la presión sonora varía en el interior del recinto acorde a patrones bien definidos. Morse (1948) demuestra que para las condiciones de contorno establecidas anteriormente, la solución de la ecuación de onda (5) es proporcional al producto de tres cosenos, donde el origen de coordenadas está en una esquina del recinto.

$$P_{(x, y, z, t)} = p_0 \left(\cos \left(x \, k_x \right) \, . \, \cos \left(x \, k_y \right) \, . \, \cos \left(x \, k_z \right) \, \right) \, . \, e^{j \, \omega \, t} \tag{9}$$

La ecuación (9) establece que la presión sonora en el interior del recinto es función del espacio y el tiempo. Por lo cual, la variable temporal indica que en cada punto del espacio la presión sonora varía de forma cosenoidal. La variable espacial indica que la magnitud de la presión sonora ó su valor eficaz va a depender de la posición espacial en el recinto y será proporcional a los tres cosenos directores. La magnitud de cada coseno varía entre 1 y 0, por lo cual, a medida que nos desplazamos en el espacio, el producto de estos tres cosenos también variará entre 1 y 0.

Si el recinto presenta paredes no rígidas (ej: recubiertas con material absorbente), la expresión de la presión sonora, Ec. (9), no es un simple producto de cosenos.

En la figura 1, se observan los contornos de igual presión sonora para tres modos propios de vibración de un recinto rectangular, considerando $n_z = 0$. Por tal motivo, dichas curvas indican planos de igual presión sonora que se extienden desde el piso al techo del recinto, a lo largo del eje z.



Figura 1: Contornos de igual presión sonora en un recinto paralelepipédico rectangular: a) modo axial (2,0,0); b) modo tangencial (1,1,0); c) modo oblicuo (2,1,0).

La excitación de un modo propio será mayor mientras: a) menor sea la diferencia entre la frecuencia de la fuente sonora y la frecuencia del modo propio de vibración; b) más próxima esté la fuente sonora de una posición de máxima presión de la distribución en el espacio.

Por lo cual, si una fuente sonora se ubica en un rincón de un recinto paralelepipédico, esta podrá excitar plenamente cualquier modo propio del recinto, siempre que la frecuencia del sonido emitido sea igual a la frecuencia del modo propio que excita. Esto último como consecuencia de que en un vértice del recinto $cos(xk_x).cos(xk_y).cos(xk_z)=1$, y de la misma manera un micrófono ubicado en cualquiera de las esquinas de dicho recinto, podrá mesurar la presión máxima de cualquier modo propio siempre que el mismo sea excitado (Beranek, 1961). Es por este motivo, que aplicando un procedimiento adecuado es posible identificar con alta precisión los modos propios de vibración a partir de la medición de la respuesta impulsiva del recinto.

Si la fuente o el micrófono se hallan en el centro de un recinto rectangular, solo la octava parte de los modos propios de vibración serán excitados ó medidos, ya que las siete octavas partes de los modos propios tienen un contorno de presión nula que pasa por el centro del recinto.

2.3 Clasificación de modos propios

El patrón de distribución espacial de la presión sonora de un modo propio de vibración se debe a la interacción entre las ondas sonoras incidentes y reflejadas en un recinto, involucrando así la reflexión en varias paredes con diferentes ángulos de incidencia. Según la trayectoria que siguen los frentes de ondas, se pueden clasificar los modos propios de vibración de un recinto rectangular en tres grupos (Mankovsky, 1971):

- *Modos axiales:* los frentes de onda se propagan según los tres ejes del recinto (entre dos paredes, nulos dos cosenos directores), es decir tienen su origen en cada uno de los planos limitantes $(n_x, 0, 0)$; $(0, n_y, 0)$ y $(0, 0, n_z)$.
- *Modos tangenciales:* los frentes de onda se propagan paralelamente a una arista (entre cuatro paredes, con un coseno director nulo), es decir tienen su origen en cada una de las tres aristas $(n_x, n_y, 0)$; $(n_x, 0, n_z)$ y $(0, n_y, n_z)$.
- *Modos oblicuos:* el frente de onda se propaga en forma oblicua a los tres pares de paredes, (entre seis paredes, ninguno de los cosenos directores es nulo), es decir que tienen su origen en cada uno de los vértices del recinto (n_x, n_y, n_z).

2.4 Distribución de modos propios en el dominio de la frecuencia

Se puede considerar la Ec. (8) como la magnitud de un conjunto de vectores f en un espacio-f tridimensional de frecuencia, es decir

$$f(n_x, n_y, n_z) = \frac{c n_x}{2 L_x} (i) + \frac{c n_y}{2 L_y} (j) + \frac{c n_z}{2 L_z} (k)$$
(10)

donde la dirección del vector indica la dirección de propagación del frente de onda en el recinto (Kuttruff, 2000). La ecuación (6), geométricamente representa una superficie esférica en el espacio-*f*, con radio *f* con un volumen igual a $(4\pi f^3)/3$.

Si se representan los extremos de los vectores por puntos, el numero total (N) de modos propios de vibración que se encuentran entre a frecuencia 0 y otro valor arbitrario de frecuencia f, es igual al numero de puntos que se encuentran en el volumen, las superficies y los ejes de intersección del octante esférico.



Figura 2: Ejemplo del vector modo propio $f_{(1,1,2)}$ de vibración en el espacio-f de frecuencia.

Para determinar el número total de modos propios de vibración en el recinto comenzamos calculando el volumen unitario, V_{u_i} en el espacio-*f* de frecuencia el cual está dado por:

$$V_{u} = \frac{c}{2L_{x}} \frac{c}{2L_{y}} \frac{c}{2L_{z}} = \frac{c^{3}}{8V}$$
(11)

donde V es el volumen real del recinto en consideración. Sin embargo, solo el primer octante del volumen de dicha esfera tiene interés, con un volumen (V_8) igual a:

$$V_8 = \frac{\pi f^3}{6} \tag{12}$$

Luego, el número aproximado (N_v) de modos propios (oblicuos) que se encuentran contenidos en el volumen del primer octante entre 0 y una frecuencia f escogida es:

$$N_{V} = \frac{V_{8}}{V_{u}} = \frac{\pi f^{3}/6}{c^{3}/8 V} = \frac{8 \pi f^{3} V}{6 c^{3}} = \frac{4 \pi V f^{3}}{3 c^{3}} = \frac{4 \pi V f^{3}}{3 c^{3}}$$
(13)

De modo semejante se determinan los puntos sobre los planos xy, xz, yz, siendo

$$\frac{N_{xy}}{S_{xy}} = \frac{S_4}{\frac{1}{C^2}} = \frac{\pi f^2 L_x L_y}{c^2}$$

$$S_4 = \frac{\pi f^2}{4} \quad y \quad S_{xy} = \frac{c}{2L_x} \frac{c}{2L_y} = \frac{c^2}{4L_x L_y}$$
(14)

donde:

De igual manera se opera con las otras caras, siendo el número de modos propios (tangenciales):

$$N_{S} = N_{xy} + N_{xz} + N_{yz} = \frac{\pi S f^{2}}{4 c^{2}}$$
(15)

donde la superficie total interior del recinto es S = 2 ($L_xL_y + L_xL_z + L_yL_z$). Por último, se determinan los puntos sobre los ejes coordenados, donde para el eje x:

$$N_x = \frac{2L_x f}{c} \tag{16}$$

De igual manera se opera con los otros ejes, siendo el número de modos propios (axiales):

$$N_E = N_x + N_y + N_z = \frac{L f}{8 c}$$
(17)

donde el perímetro de los bordes del recinto es L = 4 ($L_x + L_y + L_z$)

Finalmente, el número total aproximado de modos propios de vibración entre 0 y una frecuencia f en el está dado por (Morse and Ingard, 1961):

$$N_f = N_V + N_E + N_E = \frac{4\pi V f^3}{3c^3} + \frac{\pi S f^2}{4c^2} + \frac{L f}{8c}$$
(18)

En primer lugar se observa que el número de modos propios aumenta con el volumen del recinto y con el cubo de la frecuencia, de manera que las irregularidades de la respuesta del recinto son notorias en bajas frecuencias. En segundo lugar, en la condición límite cuando, $f \rightarrow \infty$, la Ec. (18) puede ser aplicada no solo a recintos paralelepipédicos, sino también a recintos irregulares. Esto último como consecuencia de que se puede aproximar el volumen de un recinto irregular considerando un número finito recintos paralelepipédicos dentro del recinto en consideración. Para muy altas frecuencias, se puede asumir que las dimensiones de estos *"recintos elementales"* son suficientemente grandes en comparación con la longitud de onda. Por lo cual para cada uno de ellos puede aplicarse la Ec. (18). Por último, como dicha ecuación es lineal respecto al volumen, se puede sumar todos los modos calculados y obtener el número total de modos propios para un recinto con cualquier geometría arbitraria (Kuttruff, 2000).

2.5 Densidad de modos propios en el espectro de frecuencia

Al derivar la Ec. (18) con respecto a la frecuencia f, se determina la densidad de modos propios de vibración en el espectro de frecuencia, es decir, se puede cuantificar el número de modos propios por unidad de frecuencia (Mankovsky, 1971). Siendo:

$$D_N = \frac{dN}{df} = \frac{4\pi V f^2}{c^3} + \frac{\pi S f}{2 c^2} + \frac{L}{8 c}$$
(19)

2.6 Decrecimiento energético de modos propios de vibración

Hunt, Beranek y Maa (1939), verificaron que cuando se activa una fuente sonora en un recinto paralelepipédico pequeño, la misma excitará uno ó más modos propios de vibración del recinto. Suponiendo que la fuente proporciona una potencia sonora constante a una frecuencia única (tono puro) y que dicha frecuencia es coincidente con una de las frecuencias propias del recinto. La presión sonora para este modo normal de vibración crece hasta que la magnitud de su valor eficaz (promediado en el tiempo y el espacio desplazando el micrófono de ida y vuelta sobre una longitud de onda es igual a:

$$\left| p_n \right| = \frac{C}{c_n} \tag{20}$$

- donde *C*: constante de la fuente, determinada principalmente por la potencia sonora, la posición de la misma y el volumen del recinto.
 - $c_{n:}$ constante de amortiguamiento, determinado principalmente por la cantidad de absorción en el recinto y por el volumen de éste. Cuanto más material absorbente hay en el recinto tanto mayor es c_n , y menor el valor de la presión eficaz media.

Cuando la frecuencia de excitación no coincide con la frecuencia propia del recinto, la presión sonora para este modo crece según una curva normal de resonancia, como se observa en la figura 3.



Figura 3: Curva de resonancia de un modo propio de vibración. Nivel de presión sonora en función de la relación de frecuencia a f_n

El ancho de la curva de resonancia en los puntos de potencia mitad (puntos de -3dB) es (Beranek, 1961):

$$f_2 - f_1 = \frac{c_n}{\pi} \tag{21}$$

La magnitud de la presión sonora está dada por

$$|p_n| = \frac{2 C \omega}{\sqrt{4 \omega_n^2 c_n^2 + (\omega^2 - \omega_n^2)^2}}$$
(22)

donde ω es la frecuencia angular de excitación y ω_n es la frecuencia angular del modo propio de vibración. Por lo cual, cuando si la frecuencia de excitación está entre dos frecuencias propias, o si c_n es grande de modo que la curva de resonancia es ancha, se excitarán de manera apreciable más de un modo propio de vibración, cada uno de ellos con la magnitud descripta por la Ec. (22).

Cuando la fuente sonora se interrumpe, la presión sonora de cada modo propio de vibración decrecerá exponencialmente en función del tiempo a su frecuencia propia. El ritmo de decaimiento dependerá de la disipación ó atenuación del recinto. Si solo se ha excitado un modo propio de vibración el *decrecimiento* ó *ritmo de decaimiento* de la presión en función del tiempo en un punto del espacio puede expresarse como:

$$p_{n(t)} = \left| p_n \right| e^{-c_n t} \cos \omega_n t \tag{23}$$

Cuando dos o más modos propios decrecen simultáneamente, se producen batidos, debido a que las frecuencias propias son diferentes. Además, también es posible que cada modo propio tenga asociada una constante de amortiguamiento diferente, según la posición donde se ubica el material absorbente en el recinto. En tal caso, la magnitud de las curvas de nivel de presión sonora decrece con un cambio de pendiente, para un determinado instante del tiempo, ver figura 4.



Figura 4: Curvas de decaimiento de doble pendiente producidas por modos propios de vibración con diferentes constantes de amortiguamiento: a) transición temprana, c_n pequeño; b) transición tardía, c_n grande

2.7 Frecuencia de cruce

Una gran diversidad de sistemas vibratorios multimodales son caracterizados por la frecuencia de cruce ó *frecuencia de Schroeder*, f_c , que marca la transición entre resonancias individuales y múltiples modos propios superpuestos (Schroeder, 1996). Para sonido transmitido por vía aérea en un recinto, la frecuencia de cruce esta dada por:

$$f_c = 2000 \sqrt{\frac{T}{V}} \tag{24}$$

donde *T* es el tiempo de reverberación en segundos y *V* es el volumen del recinto en metros cúbicos. La Ec. (24) garantiza que, en promedio, al menos tres resonancias caen dentro del ancho de banda de potencia media de una resonancia a frecuencias superiores a f_c . Relacionando la formula de tiempo de reverberación de Sabine y la Ec. (24) se obtiene la *longitud de onda de cruce*, λ_c :

$$\Lambda_c = \sqrt{\frac{A}{6}} \tag{25}$$

donde A representa el área de absorción equivalente en Sabin m².

3 METODOLOGIA PARA LA INDENTIFICACION DE MODOS PROPIOS

3.1 Criterios de análisis modal

El análisis modal ó de baja frecuencia de un recinto puede realizarse según diferentes criterios ó enfoques. En este trabajo se proponen los siguientes:

- a) *Modos totales:* considera excitar *todos* los modos propios con motivo de identificarlos, caracterizando así la respuesta modal del recinto.
- b) *Modos particulares:* considera excitar los modos propios para *una combinación de posiciones en particular de la fuente y el receptor*, con motivo de analizar su efecto en la función de transferencia del recinto.
- c) *Promedio modal:* propone caracterizar el campo sonoro en un recinto a partir del promedio de un conjunto de curvas de decrecimiento energéticas.

3.2 Procedimiento de medición de RIR para análisis modal

La RIR puede ser obtenida a través de diferentes métodos (ISO 3382). Si se emplean, como señal de excitación barridos sinusoidales (sweeps), estos deberán incrementar la frecuencia de manera lo suficientemente lento, con el fin de garantizar la excitación de los modos propios del espectro de interés. En caso de utilizar secuencias binarias de máxima longitud (MLS), las mismas deberán ser lo suficientemente prolongadas para alcanzar el mismo objetivo.

Por otra parte, como se menciono en el parágrafo 2.2, la excitación de los modos propios será mayor mientras: a) menor sea la diferencia entre la frecuencia de la fuente sonora y la frecuencia del modo propio de vibración; b) más próxima esté la fuente sonora de una posición de máxima presión de la distribución en el espacio. Por lo cual, se proponen los siguientes procedimientos de medición de la RIR según los criterios de análisis propuestos anteriormente:

- a) Tanto para recintos paralelepipédicos ó irregulares, la fuente sonora (omnidireccional y con respuesta de frecuencia plana) se localizará en uno de los vértices del recinto. Mientras que el receptor (micrófono omnidireccional y con respuesta de frecuencia plana) se localizará en otro vértice del recinto (el más alejado a la fuente). La distancia de la fuente y el micrófono respecto de los cerramientos del recinto debe estar comprendida entre 0,5 m y 1 m.
- b) Las posiciones de la fuente y el receptor se seleccionarán estratégicamente con motivo de reproducir las ubicaciones aproximadas de ambas en condiciones reales (ejemplos: orador y oyente en un auditorio; múltiples instrumentos musicales y oyente en sala de concierto). La característica de directividad de la\s fuente\s podrá ser omnidireccional ó directiva en función del objeto acústico que representa).
- c) Se medirán múltiples respuestas impulsivas siguiendo las directrices que plantea la norma ISO 3382 (dependiendo del tipo y tamaño del recinto). Por lo general, se utilizarán dos posiciones de fuente y seis de micrófono. Posteriormente se obtendrá la media del conjunto de las curvas de decrecimiento sincronizadas respecto de su inicio.

3.3 Análisis de modos propios de vibración

3.3.1 Ancho de banda de análisis

El límite superior de espectro de frecuencias de análisis se calculará con la Ec. (24) *frecuencia de cruce, f_c* propuesta por Schroeder, ó determinando la longitud de onda de cruce, λ_c , Ec. (25) y relacionándola con la velocidad de propagación del sonido en el aire.

3.3.2 Análisis espectro-temporal

El análisis de modos propios de vibración puede realizarse tanto en el dominio del tiempo como de la frecuencia. En este trabajo se proponen dos análisis complementarios entre sí:

- a) *Energía-Tiempo-Frecuencia (ETF):* el espectro de frecuencia se calcula aplicando del algoritmo de la trasformada rápida de Fourier (FFT) de manera repetida y durante un intervalo de tiempo parcial (ventana temporal) de la respuesta impulsiva, a medida que la ventana cambia gradualmente en función del tiempo. De esta manera, los modos propios de vibración pueden identificarse fácilmente. La representación gráfica tridimensional de este análisis de denomina *waterfall* y la bidimensional *spectrogram*.
- b) Densidad Espectral de Potencia (PSD): Una señal x (t) es definida en potencia si su potencia media es finita (o $< P_x < \infty$) y por tanto, su energía media es infinita, $E_x = \infty$. La PSD se calcula usando el teorema de Wiener-Khinchin, el cual relaciona la PSD con la transformada de Fourier de la función de autocorrelación (Proakis and Manolakis, 1996). La PSD representa el aporte de potencia debido a cada componente espectral de la señal. La unidad de medida es el Watt/Hz para frecuencias ó Watt.s/radian para frecuencias angulares.

3.3.3 Análisis modal en campo reverberante

El análisis de ETF y de PSD puede aplicarse a la RIR completa o a un fragmento del campo reverberante de la misma. Esto permite realizar comparaciones, determinar envolventes de decrecimiento e identificarse cuáles son los modos más significativos que permanecen excitados para diferentes fragmentos de la cola de reverberación (campo reverberante).

Actualmente existe más de un método propuesto para determinar el instante de tiempo donde pierden relevancia las reflexiones tempranas y por el contrario ganan relevancia las reflexiones tardías. Dicho punto del dominio del tiempo denominado *tiempo de mezclado,* t_{mixing} representaría el fin del sonido temprano y el inicio del tardío, aunque esta transición en realidad se produce de manera gradual. Blesser (2001), describe el t_{mixing} como "el tiempo trascurrido para que no se tenga memoria del estado inicial del sistema". Hidaka et al, (2007), propone el *tiempo de transición,* t_L , el cual se define como el instante de tiempo en que la correlación de la energía entre el sonido directo más el sonido inicial y el subsiguiente decrecimiento de la energía sonora alcanza por primera vez un valor mínimo especificado. Stewart and Sandler (2007), proponen medir dicho tiempo cuando, la razón entre el momento centrado de cuarto orden respecto a la media y la desviación estándar de la distribución elevada a la cuarta potencia, alcanza por primera vez el valor de cero. Este descriptor proporciona una medida relativa de la curtosis de la señal. Cheol-Ho Jeong, et al (2010), propone un descriptor basado en la superposición temporal de las reflexiones en la RIR.

Sin embargo, para el análisis modal presentado resulta relevante garantizar que el instante de tiempo seleccionado pertenece a la cola de reverberación. Por lo cual, se propone como un valor conservador que el mismo sea superior al doble del *centro de tiempo, t_s* ó centro gravitacional de la respuesta impulsiva del recinto.

4 TRABAJO EXPERIMENTAL

Se realizaron mediciones en dos recintos con diferentes características acústicas. Los seleccionados fueron un salón de usos múltiples de grandes dimensiones de la Universidad Nacional de Córdoba (UNC) y una pequeña aula de la Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Córdoba (UTN FRC).

Las mediciones de RIR se efectuaron aplicando los siguientes criterios propuestos: *modos particulares y promedio modal*. Para tal fin se siguieron las directrices que establece la norma ISO 3382-2:2008, utilizando un sistema de medición optimizado para tal fin (Ferreyra et al, 2009). Todas las mediciones se efectuaron sin presencia de público. Las curvas de decrecimiento fueron obtenidas mediante la integración inversa del cuadrado de la respuesta impulsiva del recinto (método de la respuesta impulsiva integrada, (Schroeder, 1965) a través de la técnica de deconvolución de señales, donde la RIR es calculada deconvolucionando una señal de excitación apropiada con la respuesta de la señal (Farina 2000). Como excitación se utilizó un barrido en frecuencia de una señal sinusoidal que incrementa exponencialmente con el tiempo.

En la Tabla 1, se especifican los recintos su geometría y dimensiones; en Tabla 2 las coordenadas de posiciones fuente-micrófono seleccionadas para el análisis modal. En la tablas 3, 4 y 5 diversos parámetros acústicos obtenidos de las RIR promediadas.

	Recinto		Superficie				Sup. Total
Código	У	Volumen	Cubierta	Largo	Ancho	Alto	Interior
	Geometría	[m ³]	[m ²]	[m]	[m]	[m]	[m ²]
	Aula 311						
1	paralelepípedo cuadrado (UTN FRC)	118	39	6,9	5,7	3,0	193,6
	SUM Comedor Universitario						
2	paralelepípedo rectangular (UNC)	9596	1476	79,8	18,5	6,5*	4230

(*): Altura media;

Tabla 1: Recintos, geometría y dimensiones.

Código	Combinación FSO _i -M _i	Posición	Coord. X [m]	Coord. Y [m]	Coord. Z [m]
1	FSO ₁ -M ₁	FSO1	2,63	0,95	1,50
		M1	4,32	2,61	1,20
1	FSO ₁ -M ₅	FSO1	2,63	0,95	1,50
		M5	2,88	4,05	1,20
2	FSO ₁ -M ₂	FSO1	10,00	13,18	1,78
		M2	10,00	19,18	1,50
2	FSO ₁ -M ₃	FSO1	10,00	13,18	1,78
	- 0	M3	10,00	25,18	1,50

Tabla 2: Coordenadas de posiciones fuente-micrófono (FSO_i-M_i) seleccionadas.

T30 [s]	Bandas de Frecuencia por Octava [Hz]						
Código	125	250	500	1000	2000	4000	
1	3,70	3,61	2,50	2,04	1,85	1,51	
2	3,67	3,49	3,26	3,50	3,55	2,81	

Tabla 3: Tiempo de reverberación (T₃₀)

C50 [dB]	Bandas de Frecuencia por Octava [Hz]						
Código	125	250	500	1000	2000	4000	
1	-11,66	-7,24	-5,82	-3,35	-3,00	-1,62	
2	-2,26	-1,30	-0,45	0,31	-0,97	1,07	

Tabla 4: Índice energético temprano/tardío — Claridad (C50)

Ts [ms]	Bandas de Frecuencia por Octava [Hz]						
Código	125	250	500	1000	2000	4000	
1	241,03	222,52	169,79	138,53	128,16	102,48	
2	221,72	178,53	168,97	192,12	200,77	132,12	

Tabla 5: Centro de tiempo (Ts)

Seguidamente, se describen las principales características arquitectónicas, acompañadas de modelos computaciones simplificadas (medidas en m). El detalle completo de dichos recintos forma parte de una base de datos de respuestas impulsivas de recintos publicada por el CINTRA (Cravero et al, 2011).

4.1 Aula 311 UTN FRC

Recinto cerrado de geometría paralelepípedo rectangular ú ortoedro. Las paredes son de ladrillo macizo de barro cocido de 0,15 m de espesor con revoque de cemento terminados con pintura. Uno de los muros transversales presenta pizarrón de vidrio de 2 m por 1,5 m y puerta placa de madera como ingreso al recinto. El otro muro trasversal, posee aberturas de carpintería de chapa con paños de vidrio móvil de 4 mm de espesor, y 1,6 m de altura, ocupando todo el largo del muro. El techo, de geometría rectangular y disposición horizontal, es de losa de hormigón de aproximadamente 0,20 m de espesor recubierto interiormente con revoque de cemento. El piso es de baldosa cerámica. En la figura 5, se observan imágenes del recinto.



Figura 5: Aula 311 UTN FRC: a) modelo computacional; b) fotografía del interior del recinto.

En las figuras 6 y 8, se muestran las curvas de *Número de modo vs. Frecuencia.*, ordenados de forma ascendente en función de la frecuencia, para ambos recintos estudiados. Esta representación gráfica permite visualizar el solapamiento modal que predice la *formula de Rayleigh* Ec. (8).



Figura 6: Curva Nº de modo vs. Frecuencia - Aula 311 UTN FRC

4.2 S.U.M. Comedor Universitario UNC

Recinto cerrado de geometría paralelepípedo rectangular ú ortoedro. Los muros son de ladrillo macizo de barro cocido de 0,3 m de espesor con revoque de cemento de 2 cm de espesor. Cada muro longitudinal cuenta con 12 aberturas de madera de 3 m de alto y 1,5 m de ancho, equipadas con vidrios de 6 mm de espesor. El techo, de geometría plana, es de losa de hormigón y posee un cielorraso de yeso perforado en forma de 12 naves trasversales, separadas por vigas dispuestas en forma transversal de 1 m de altura, 1 m de ancho y 18,5 m de largo. El cielorraso y la losa se encuentran separadas 1 m aproximadamente, dando lugar a cámaras de aire sobre el cielorraso. El piso de de baldosas de granito pulido. En la figura 7, se observan imágenes del recinto.



Figura 7: SUM Comedor Universitario, UNC: a) modelo computacional; b) fotografía interior del recinto.

b)



Figura 8: Curva Nº de modo vs. Frecuencia - SUM Comedor Universitario UNC.

4.3 Análisis de ETF y PSD

En primer lugar se aplicó el criterio *modos particulares* descripto anteriormente. En figuras 9, 11, 13 y 15 se presentan los resultados en representaciones *waterfall* para dos combinaciones fuente-micrófono seleccionadas por recinto, ver Tabla 1. Para realizar el análisis de ETF se utilizó el software B&K type 7841 (Brüel & Kjær, 2003). Se verificó que configurando adecuadamente la ventana de tiempo en el cálculo de la FFT, es posible identificar los modos propios de vibración, determinar las frecuencias modales y analizar en forma global la curva de decrecimiento del espectro de frecuencias de interés.

Por otra parte, el análisis de PSD se realizó con el software MatLAB v.10 (MathWorks, 2012). En las figuras 10, 12, 14 y 16 se muestran los resultados para las mismas combinaciones fuente-micrófono considerando dos intervalos de tiempo: decrecimiento completo (curva roja) entre 0,0 s a 5,4 s y cola de reverberación ó campo reverberante (curva azul) entre 2,5 s y 5,4 s. Además, y con motivo de contrastar los resultados experimentales se muestran en los gráficos los modos de vibración más significativos obtenidos con la *formula de Rayleigh* Ec. (8), contenidos para un ancho de banda de resolución espectral de 1 Hz. La curva roja evidencia cuales modos propios son excitados, mientras que la azul cuales prevalecen en el sonido tardío debido a una baja constante de amortiguamiento. Si se comparan las figuras 8 y 10 (ej: caso Aula), se observa como la respuesta modal varia significativamente para un cambio exclusivo de posición del receptor (micrófono) según sus coordenadas x_{mic} e y_{mic}, ya que z_{mic} = cte.



Figura 9: Análisis de ETF - Aula 311 UTN FRC. Posición: FSO₁—M₁



Figura 10: Análisis de PSD - Aula 311 UTN FRC. Posición: FSO₁-M₁



Figura 11: Análisis de ETF - Aula 311 UTN FRC. Posición: FSO₁—M₅



Figura 12: Análisis de PSD - Aula 311 UTN FRC. Posición: FSO₁-M₅



Figura 13: Análisis de ETF - SUM Comedor Universitario UNC. Posición: FSO1-M2

Copyright © 2012 Asociación Argentina de Mecánica Computacional http://www.amcaonline.org.ar

3984



Figura 14: Análisis de PSD - SUM Comedor Universitario UNC. Posición: FSO1-M2



Figura 15: Análisis de ETF - SUM Comedor Universitario UNC. Posición: FSO1-M3



Figura 16: Análisis de PSD - SUM Comedor Universitario UNC. Posición: FSO1-M3

Posteriormente, se aplicó el criterio *promedio modal* descripto anteriormente. En la figura 17, se muestra el análisis ETC de la RIR promedio, obtenida a partir de la media energética de respuestas impulsivas correspondientes a 9 combinaciones fuente-micrófono seleccionadas en el Aula 311. Mientras que en la figura 18, se presenta el análisis de PSD de la RIR promedio, para dos intervalos de tiempo: decaimiento completo (curva roja) de 0,0 s a 5,4 s y cola de reverberación (curva azul) entre 2,5 s y 5,4 s.



Figura 17: Análisis de ETF de RIR promedio - Aula 311 UTN FRC



Figura 18: Análisis de PSD de RIR promedio - Aula 311 UTN FRC

En la figura 19, se muestra el análisis de ETC de la RIR promedio, obtenida a partir de la media energética de respuestas impulsivas correspondientes a 6 combinaciones fuentemicrófono seleccionadas en el SUM. Mientras que en la figura 20, se presenta el análisis de PSD de la RIR promedio, para dos intervalos de tiempo: decaimiento completo (curva roja) de 0 s a 5,4 s y cola de reverberación (curva azul) entre 2,5 s y 5,4 s.



Figura 19: Análisis de ETF de RIR promedio - SUM Comedor Universitario UNC.





5 CONCLUCIONES Y TRABAJO FUTURO

En este trabajo, se presenta un método para la identificación de modos propios de recintos a partir del análisis de Fourier de las respuestas impulsivas medidas. Se proponen tres criterios de análisis y se establecen recomendaciones para realizar mediciones de RIR para tal fin.

Además se presentan resultados experimentales en dos recintos con características acústicas diferentes. El método propuesto resultó simple y eficaz como instrumento para la identificación de modos propios de vibración en ambos recintos. Los resultados de los análisis fueron contrastados con el modelo matemático que fundamenta la acústica ondulatoria, obteniendo resultados muy favorables. El método propuesto puede utilizarse además para medir la cantidad de solapamientos modales, ancho de banda efectivo de múltiples modos propios que actúan en una banda angosta, función de transferencia de modulación, curvas de decrecimiento energético modal, entre otros. En principio, ésta metodología podría aplicarse a cualquier tipo de recinto. Por lo cual, el trabajo a futuro considera su aplicación en recintos irregulares y con condiciones de contorno híbridas que combinan cerramientos absorbentes y reflejantes.

6 REFERENCIAS

- Aoshima, N., Computer-generated pulse signal applied for sound measurement, *Journal Acoustical Society of America*, pp. 1484, May 1981.
- Beranek, L.L, *Acústica*, Edición en castellano del libro "*Acoustics*", (McGraw Hill 1954). Editorial Hispano Americana S.A., Buenos Aires, 1961.
- Berkhout D, and Boone M., A new method to acquire impulse responses in concert halls. Journal Acoustical Society of America, pp. 179, 1980
- Blesser B., An interdisciplinary synthesis of reverberation viewpoints, *Journal of Audio Engineering Society*, Vol 40, no 10, pp 867-903. October 2001
- Bolt R. H. Note on normal frequency statistics for rectangular rooms. *Journal Acoustical Society of America*, Vol. 19. Julio 1946.
- Borish, J. and Angell, J., An efficient algorithm for measuring the impulse response using pseudo-random noise, *Journal Audio Engineering Society*, pp. 478, 1983
- Brüel & Kjær. *Help Manual*. Type 7841, Dirac v3.0 Room Acoustics Software. Denmark, 2003
- Carrión Isbert, A. Diseño acústico de espacios acústicos arquitectónicos. Alfaomega, 2001
- Chu, W.T., Impulse response and reverberation decay measurements made by using a periodic pseudorandom sequence, *Applied Acoustics*, 29, pp. 193-205, 1990
- Cravero G A., Ferreyra S P., Ramos O A., Tommasini F., Araneda M., Base de Datos de Mediciones de Respuestas Impulsivas de Recintos con Diferentes Características Acústicas. *Mecánica Computacional*, Vol. XXX, págs. 3125-3143. *Actas del 19^{no} Congreso sobre métodos numéricos y sus aplicaciones ENIEF* 2011. Rosario. Argentina. 1 al 4 de noviembre de 2011.
- Farina, A., Simultaneous measurements of impulse response and distortion with a swept-sine technique. *Proc. 108th Convention of Audio Engineering Society*, Paris, Francia, 2000
- Ferreyra, S. P. (2005). "Análisis de parámetros acústicos de recintos según ISO 3382, aplicado a salas de usos múltiples". Actas del 3^{er} Congreso Argentino de Acústica del Nuevo Milenio CADAE 2005. Buenos Aires, República Argentina. 10 y 11 de Noviembre de 2005.
- Ferreyra, S. P., Elías, M., Análisis comparativo de parámetros acústicos de recintos utilizando diferentes técnicas de medición de la respuesta al impulso. Actas del 5^{to} Congreso Iberoamericano de Acústica. Código artículo: A032, Santiago de Chile. Del 25 al 28 de Octubre de 2006.
- Ferreyra, Sebastián P.; Ramos, Oscar A. (2007). "Análisis físico-acústico espacial de respuestas impulsivas de un recinto con alta dispersión sonora obtenidas por métodos indirectos". *Mecánica Computacional*, Vol. XXVI, pp. 3-14. Actas del 16^{to} Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones ENIEF 2007. Ciudad de Córdoba, República Argentína. Del 2 al 5 de Octubre de 2007.
- Ferreyra S.P. y Ramos O.A., Análisis espacial de parámetros acústicos de recintos a partir de MRIR y BRIR. *Actas del VI Congreso Iberoamericano de Acústica FIA 2008*. Buenos Aires, Republica Argentina. Del 5 al 7 de Noviembre de 2008.
- Ferreyra S.P., Esquinas P.B., Orecchia I., Elías J.M. "Diseño y construcción de una cadena de instrumentación electroacústica para la medición de la respuesta al impulso de recintos según norma ISO 3382. *Mecánica Computacional*, Vol. XXVIII, págs. 63-72. Actas del 18^{vo} Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones ENIEF 2009, Ciudad de Tandil, Argentina. Del 3 al 6 de Noviembre de 2009.
- Fuchs G.L. y Lara Saenz A., *Bases de diseño y control acústico del hábitat*. Dirección General de Publicaciones de la Univ. Nacional de Córdoba. Córdoba. Argentina. 1993.

- Heyser R., Acoustical measurements by time delay spectrometry, *Journal Audio Engineering Society*, pp 370, 1967.
- Hidaka T., Yamada Y. and Nakagawa T., A new definition of boundary point between early reflections and late reverberation in room impulse responses, *Journal Acoustical Society of America*, 122 (1) pp. 326, 2007
- Hunt F. V., Beranek L. L. and Maa D. Y., Analysis of sound decay in rectangular rooms, *Journal Acoustical Society of America*, 11:80-94. 1939.
- Ho-Jeong C., Brunskog J., and Jacobsen F., Room acoustic transition time based on reflection overlap (L), *Journal Acoustical Society of America*, 127 (5), May 2010
- ISO 3382-1:2009, Acoustics—Measurements of room acoustics parameters Part 1: Performance spaces. 2009.
- ISO 3382-2:2008, Acoustics—Measurements of room acoustics parameters Part 2: Reverberation time in ordinary rooms. 2008.
- IRAM 4109-2:2009 Acústica. Medición de parámetros acústicos en recintos. Parte 2 Tiempo de reverberación de recintos comunes (documento en estudio y revisión).
- Kuttruff H, Room Acoustics, 4th Edition, Spon Press, London, 2000
- Mankovsky V. S., Acoustics of Studios and Auditoria. Ed. Focal Press, 1971
- MathWorks Inc, Signal Processing ToolboxTM User Guide R2012a, 2012
- Morse P. M. and Bolt R. H., Sound waves in rooms, *Rev. Mod. Phys*, 16, pp 69-150. American Physical Society, 1944.
- Morse P. M., *Vibration and sound*", 2nd Edition. McGraw-Hill Book Company Inc., New York, 1948.
- Morse P. M., Ingard K. U., Theoretical Acoustics. McGraw Hill, New York, 1968
- Müller, S. and Massarani, P., Transfer function measurement with sweeps, *Journal Audio Engineering Society*, Jun 2001
- Proakis, J.G., and D.G. Manolakis. *Digital Signal Processing: Principles, Algorithms, and Applications*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1996.
- Poletti, M. Linearly swept frecuency measurements, time-delay spectrometry, and the Wigner disribution. *Journal Acoustical Society of America*, 36 (6) pp. 457, 1988
- Sabine W. C., Collected papers on acoustics, Dover, New York, 1964
- Schroeder M., New method of measuring reverberation time, *Journal Acoustical Society of America*, 37:409-412, 1965
- Schroeder M., The Schroeder frequency revisted. *Journal Acoustical Society of America*, 99 (5) pp. 3240, 1996
- Stewart R. and Sandler M., Statistical measures of early reflections of room impulse response, *Proc. of the 10th Int. Conference on Digital Audio Effects (DAFx-07),* Bordeaux, France, September 10-15, 2007
- Strutt J. W. (Lord Rayleigh). *The Theory of Sound*. Vol. 1 y 2. 2nd Edition, Dover Publications Inc., New York, 1945
- Tommasini F., Ramos O. A. y Ferreyra S. P. Modelado eficiente y validación objetiva de la respuesta impulsiva de un recinto. *Mecánica Computacional, Vol. XXVII*, págs. 443-445. Actas del 17^{vo} Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones ENIEF 2008, ciudad de San Luis, Argentina entre el 10 y el 13 de Noviembre de 2008.
- Vanderkooy, J., Aspects of MLS measuring systems, *Journal Audio Engineering Society*, 42:219:231, 1994